



义务教育教科书

(五·四学制)

数学

六年级 下册



山东教育出版社



义务教育教科书

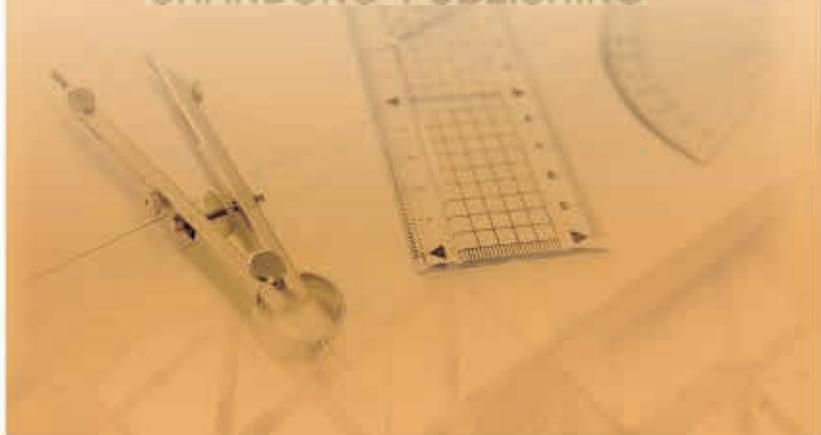
(五·四学制)

数学

六年级 下册



山东出版
SHANDONG PUBLISHING



山东教育出版社



YIWU JIAOYU JIAOKESHU (WU · SI XUEZHI)

SHUXUE

— LIU NIANJI · XIA CE —

义务教育教科书（五·四学制）

数学

六年级 下册

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

*

山东出版传媒股份有限公司

山东教育出版社出版

（济南市纬一路321号）

山东新华书店集团有限公司发行

荣成市印刷厂有限公司印装

*

开本：787毫米×1092毫米 1/16

印张：10.25 字数：205千

定价：9.58元（上光）

ISBN 978-7-5328-7154-4

2013年1月第1版 2020年1月第8次印刷

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

山东出版传媒股份有限公司教材售后服务电话：(0531) 82098188

走进数学新天地

亲爱的同学：

很高兴又与你相会在数学的世界。

打开这本教科书，你会结识许许多多新的数学——

长长短短的线、大大小小的角给你新的感受；多边形、圆、扇形蕴涵着的秘密有待你去揭示。

整式的乘除会给你开辟一片数学新领地，杨辉三角也会给你带来别样的神奇。

报刊、电视中呈现的多种数据经过你的收集与整理会呈现不少有用的信息。

环境的温度、车辆行驶的路程、人的身高和体重……这些生活中的量不断地高高低低、增增减减地变化着，它们在变化过程中存在什么规律？你能够预测这些变化吗？期待着你去寻找答案。

尝试一下“设计自己的运算程序”等活动，你会发现，学数学有时也像做游戏一样好玩，一样让人着迷！

在本书的学习过程中，你不仅可以揭开上述谜底，还将探索更多的数学，并在探索的过程中尝试“说明自己的理由”，这是学习数学给你带来的最有价值的礼物之一。

你在先前的数学学习过程中可能已经体会到有效的学习方法对于学好数学有很大的作用，继续尝试下面的方法吧：先自己想一想、做一做，再与同伴议一议，然后读一读教科书，听一听老师的讲解，再试一试解几个问题。

相信你在未来的数学学习过程中一定会经历更多的成功！



山东出版
SHANDONG PUBLISHING



目 录 MULU

第五章 基本平面图形

| | |
|--------------------|----|
| 1 线段、射线、直线 | 2 |
| 2 比较线段的长短 | 5 |
| 3 角 | 9 |
| 4 角的比较 | 12 |
| 5 多边形和圆的初步认识 | 15 |
| 回顾与思考 | 19 |
| 复习题 | 19 |



第六章 整式的乘除



| | |
|---------------------|----|
| 1 同底数幂的乘法 | 22 |
| 2 幂的乘方与积的乘方 | 25 |
| 3 同底数幂的除法 | 29 |
| 4 零指数幂与负整数指数幂 | 31 |
| 5 整式的乘法 | 36 |
| 6 平方差公式 | 44 |
| 7 完全平方公式 | 47 |
| 8 整式的除法 | 52 |
| 回顾与思考 | 57 |
| 复习题 | 57 |

综合与实践

| | |
|-----------------|----|
| 设计自己的运算程序 | 61 |
|-----------------|----|

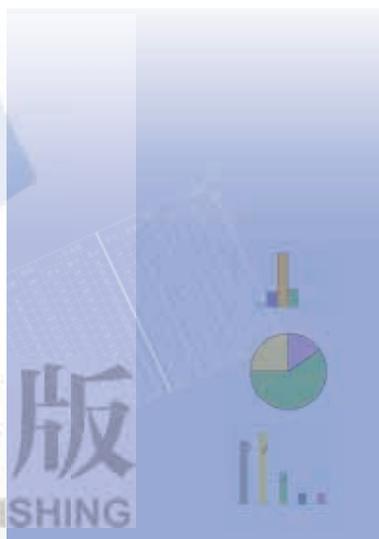


第七章 相交线与平行线

| | |
|-------------------|----|
| 1 两条直线的位置关系 | 64 |
| 2 探索直线平行的条件 | 70 |
| 3 平行线的性质 | 76 |
| 4 用尺规作角 | 81 |
| 回顾与思考 | 84 |
| 复习题 | 84 |

第八章 数据的收集与整理

| | |
|-----------------|-----|
| 1 数据的收集 | 88 |
| 2 普查和抽样调查 | 93 |
| 3 数据的表示 | 98 |
| 4 统计图的选择 | 110 |
| 回顾与思考 | 119 |
| 复习题 | 119 |



综合与实践

| | |
|---------------|-----|
| 关注人口老龄化 | 123 |
|---------------|-----|



第九章 变量之间的关系

| | |
|-----------------------|-----|
| 1 用表格表示变量之间的关系 | 126 |
| 2 用表达式表示变量之间的关系 | 129 |
| 3 用图象表示变量之间的关系 | 134 |
| 回顾与思考 | 145 |
| 复习题 | 145 |

| | |
|------------|-----|
| 总复习题 | 150 |
|------------|-----|

第五章 基本平面图形

丰富的图形世界是由一些简单的图形构成的，观察图片，你能“看到”哪些平面图形？除了图中的情形外，你还能举出其他的例子吗？

你会表示线段和角吗？你会比较线段的长短和角的大小吗？你能在复杂的图形中找出多边形、圆、扇形等平面图形吗？

本章将在小学的基础上进一步研究线段、射线、直线、角的含义及相关性质，认识基本的平面图形，感受数学与现实的紧密联系，积累对基本图形进行研究的数学活动经验。



学习目标

- 会用符号表示线段、射线、直线、角等基本图形
- 理解并掌握比较线段的长短和角的大小的方法
- 感受到丰富的图形世界是由一些简单的图形组成的
- 通过丰富的实例，体验基本平面图形的抽象过程，积累几何活动经验

1 线段、射线、直线

自行车轮的辐条、黑板的边沿都可以近似地看做**线段** (segment). 线段有两个端点.

将线段向一个方向无限延长就形成了**射线** (ray). 手电筒、探照灯所射出的光线可以近似地看做射线. 射线有一个端点.

将线段向两个方向无限延长就形成了**直线** (line). 直线没有端点.



图 5-1

议一议

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

生活中, 有哪些物体可以近似地看做线段、射线、直线?

我们可以用以下方式分别表示线段、射线、直线:

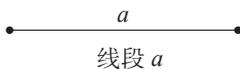
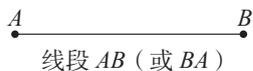


图 5-2



图 5-3

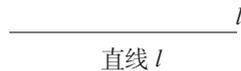


图 5-4

做一做

- (1) 过一点 A 可以画几条直线?
- (2) 过两点 A, B 可以画几条直线?
- (3) 如果你想将一根细木条固定在墙上, 至少需要几个钉子?

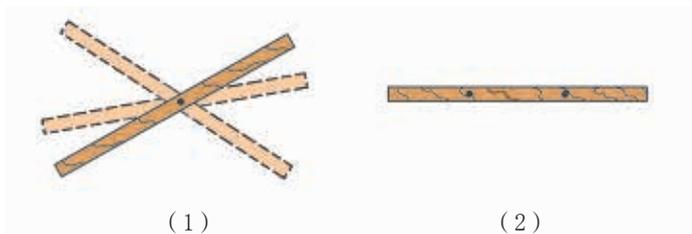


图 5-5

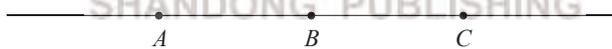
根据生活经验, 我们发现:

经过两点有且只有一条直线.

这一事实可以简述为: 两点确定一条直线.

随堂练习

1. 举出一个能反映“经过两点有且只有一条直线”的实例.
2. 指出下图中的直线、射线、线段, 并一一表示出来.



(第 2 题)

读一读

线段构成的美丽图案

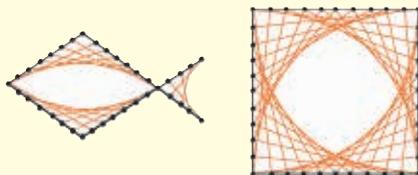


图 5-6

上面的图案漂亮吗? 这些图案中似乎包含了一些曲线, 其实它们都是由多条线段

构成的. 不信的话, 请按照下面的步骤试一试:

- (1) 画一个角;
- (2) 在角的两边取距离相等的点;
- (3) 将这些点按图 5-7 所示编上号码;
- (4) 把号码相同的点用线段连起来.

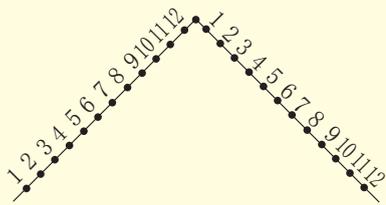


图 5-7

看一看, 你得到了什么图案? 有趣吗?

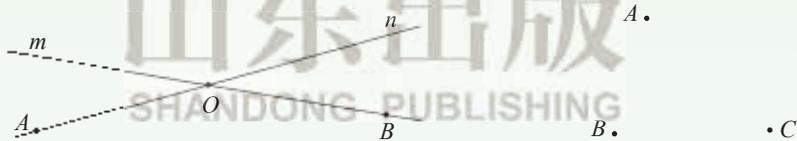
利用这个办法尝试画出上面的图案. 你也可以发挥想象力, 自己创作出更有趣的图案来!

习题 5.1

知识技能

1. 如图, 请用两种方式分别表示图中的两条直线.
2. 如图, 已知平面上三点 A, B, C .

- (1) 画直线 AC ;
- (2) 画射线 BA ;
- (3) 画线段 BC .



(第 1 题)

(第 2 题)

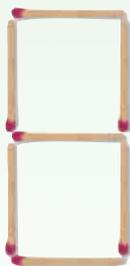
数学理解

3. 木匠师傅锯木料时, 一般先在木板上画出两个点, 然后过这两点弹出一条墨线, 这是为什么?

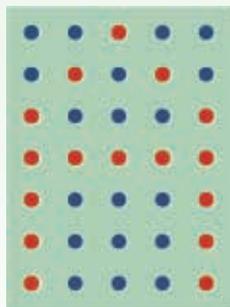
问题解决

4. 点和线段在生活中有着广泛的应用.
 - (1) 用 7 根火柴棒可以摆出图中的“8”. 你能去掉其中的若干根火柴棒, 摆出

其他的9个数字吗？这种用7条线段构成的数字称为“7画字”，它可以用在计算器或电梯的楼层显示屏上。



(1)



(2)

(第4题)

(2)点也可以用来构成数字或符号，点阵式打印机就是利用了这个原理。如图(2)，可以在长方形点阵中，圈出一些点来构成数字或符号。试利用这种方法做出其他25个英文字母。

2 比较线段的长短

如图5-8，从A地到C地有四条道路，哪条路最近？

根据生活经验，容易发现：

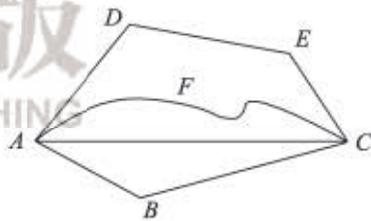


图5-8

两点之间的所有连线中，线段最短。

这一事实可以简述为：两点之间线段最短。

我们把两点之间线段的长度，叫做这两点之间的距离 (distance)。

议一议

(1) 图5-9中哪棵树高？哪支铅笔长？窗框相邻的两条边哪条边长？你是怎么比较的？与同伴进行交流。

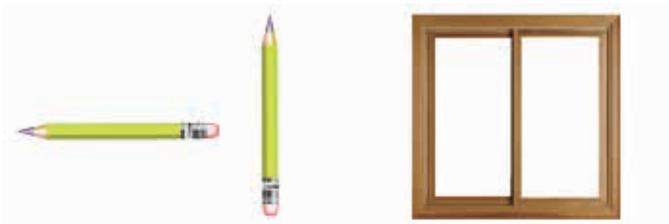


图 5-9

(2) 怎样比较两条线段的长短?

如果直接观察难以判断, 我们可以用两种方法进行比较:

一种方法是用刻度尺量出它们的长度, 再进行比较;

另一种方法是把其中的一条线段移到另一条线段上去, 将其中的一个端点重合在一起加以比较 (如图 5-10).

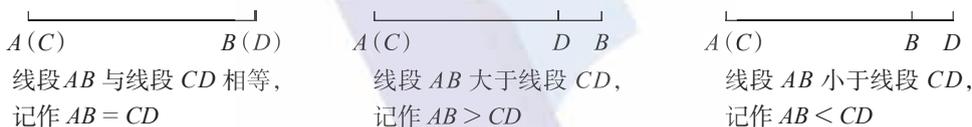


图 5-10

用尺规作图^①的方法可以将一条线段移到另一条线段上.

例 如图 5-11, 已知线段 AB , 用尺规作一条线段等于已知线段 AB .

解: 作图步骤如下:

(1) 作射线 $A'C'$ (如图 5-12);

(2) 以点 A' 为圆心, 在射线 $A'C'$

上截取 $A'B' = AB$.

线段 $A'B'$ 就是所求作的线段.



图 5-11



图 5-12

① 只用没有刻度的直尺和圆规画图称为尺规作图.

如图 5-13, 点 M 把线段 AB 分成相等的两条线段 AM 与 BM , 点 M 叫做线段 AB 的中点 (midpoint).

这时 $AM=BM=\frac{1}{2}AB$ (或 $AB=2AM=2BM$).



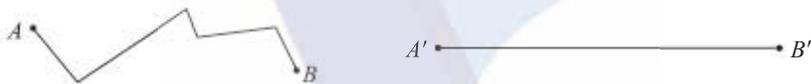
图 5-13

做一做

在直线 l 上顺次取 A, B, C 三点, 使得 $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$. 如果点 O 是线段 AC 的中点, 那么线段 OB 的长度是多少?

随堂练习

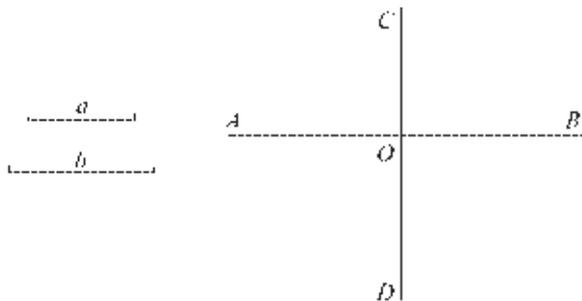
1. 比较折线 AB 和线段 $A'B'$ 的长短, 你有什么方法? 需要什么工具?



(第1题)

2. 如图, 已知线段 a 和 b , 直线 AB 和 CD 垂直且相交于点 O . 利用尺规按下列要求作图:
- (1) 分别在射线 OA, OB, OC 上作线段 OA', OB', OC' , 使它们都与线段 a 相等;
 - (2) 在射线 OD 上作线段 OD' , 使 OD' 与线段 b 相等;
 - (3) 连接 $A'C', C'B', B'D', D'A'$.

你得到了一个怎样的图形? 与同伴进行交流.



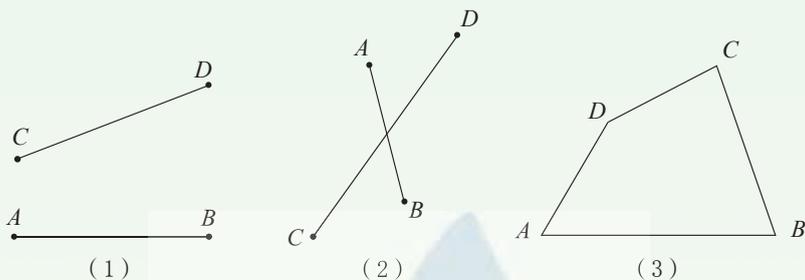
(第2题)

① 连接 $A'C'$ 是指作线段 $A'C'$.

习题 5.2

知识技能

1. 比较下图中每组线段的长短.



(第1题)

2. 如图, 已知线段 a , b , 用尺规作一条线段 c , 使 $c = a + b$.



(第2题)

(第3题)

3. 如图, 已知线段 AB , 请用尺规按下列要求作图:

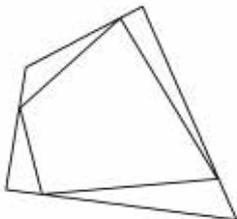
(1) 延长线段 AB 到 C , 使 $BC = AB$;

(2) 延长线段 BA 到 D , 使 $AD = AC$.

如果 $AB = 2$ cm, 那么 $AC =$ cm, $BD =$ cm, $CD =$ cm.

联系拓广

4. 如图, 在一个四边形各边上任意取一点, 并顺次连接它们, 想一想, 你得到的图形周长与原四边形周长哪一个大? 为什么? 如果是一个五边形呢? 六边形呢?



(第4题)

3 角

你能在图中找到角吗?



图 5-14

角 (angle) 由两条具有公共端点的射线组成, 两条射线的公共端点是这个角的顶点 (vertex).

通常用以下方式表示角:

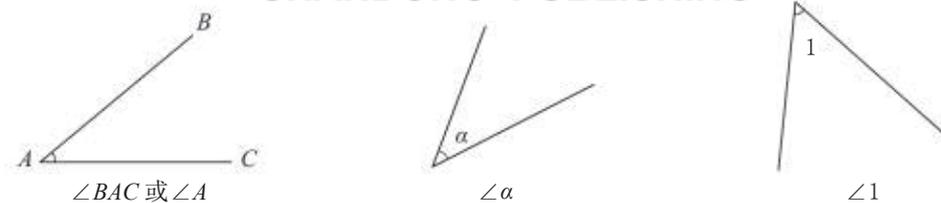


图 5-15

做一做

- (1) 用适当的方式分别表示图 5-16 中的每个角.
- (2) $\angle BAC$, $\angle CAD$ 和 $\angle BAD$ 能用 $\angle A$ 来表示吗?

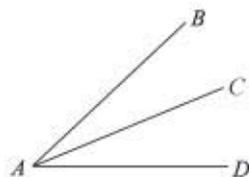


图 5-16

议一议

裁纸刀在开合过程中形成了大小不同的角. 你还能举出其他类似的例子吗?



图 5-17

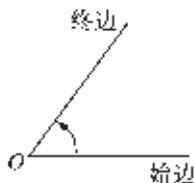


图 5-18

角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的 (如图 5-18)。

如图 5-19, 一条射线绕它的端点旋转, 当终边和始边成一条直线时, 所成的角叫做平角 (straight angle)。终边继续旋转, 当它又和始边重合时, 所成的角叫做周角 (round angle)。^①



图 5-19

在小学数学中, 我们已经知道: $1 \text{ 平角} = 180^\circ$, $1 \text{ 周角} = 360^\circ$ 。

为了更精密地度量角, 我们规定:

1° 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 分, 记作 $1'$, 即 $1^\circ = 60'$ 。

$1'$ 的 $\frac{1}{60}$ 为 1 秒, 记作 $1''$, 即 $1' = 60''$ 。

例 计算:

(1) 1.45° 等于多少分? 等于多少秒?

(2) $1800''$ 等于多少分? 等于多少度?

解: (1) $60' \times 1.45 = 87'$, $60'' \times 87 = 5220''$,

即 $1.45^\circ = 87' = 5220''$;

(2) $(\frac{1}{60})' \times 1800 = 30'$, $(\frac{1}{60})^\circ \times 30 = 0.5^\circ$,

即 $1800'' = 30' = 0.5^\circ$ 。

① 如没有特别说明, 本书今后所说的角都是指不超过 180° 的角。

做一做

图 5-20 是五个城市相对位置的示意图.

(1) 分别表示以北京为中心的每两个城市之间的夹角.

(2) 哈尔滨在北京的北偏东大约多少度?

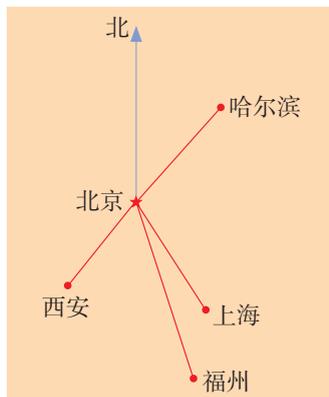


图 5-20

随堂练习

1. 一个公园的示意图如图所示.

(1) 海洋世界在大门的正东方向, 你能说出它在大门的北偏东多少度吗?

(2) 虎豹园、猴山、大象馆分别在大门的北偏东(或南偏东)多少度?

(3) 在图中连接各个景点与大门, 并用适当的方式表示各角;

(4) 指出图中的锐角、钝角、直角、平角.



(第 1 题)

2. (1) 0.25° 等于多少分? 等于多少秒?

(2) $2\ 700''$ 等于多少分? 等于多少度?

习题 5.3

知识技能

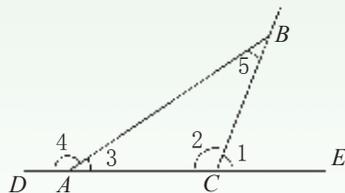
1. 将图中的角用不同方法表示出来, 并填写下表:

| | | | | |
|------------|--------------|------------|------------|--------------|
| $\angle 1$ | | $\angle 3$ | $\angle 4$ | |
| | $\angle BCA$ | | | $\angle ABC$ |

2. 计算:

(1) $(\frac{1}{8})^\circ$ 等于多少分? 等于多少秒?

(2) $6\ 000''$ 等于多少分? 等于多少度?



(第 1 题)

问题解决

3. (1) 如图, 分别确定四个城市相应钟表上时针与分针所成角的度数.



巴黎时间



伦敦时间



北京时间



东京时间

(第3题)

(2) 每经过 1 h, 时针转过多少度? 每经过 1 min, 分针转过多少度?

(3) 当时钟指向上午 10:10 时, 时针与分针的夹角是多少度?

※ (4) 请你的同伴任意报一个时间 (精确到分), 你来确定时针与分针的夹角.

4 角的比较

还记得怎样比较线段的长短吗? 类似地, 你能比较角的大小吗? 与同伴进行交流.

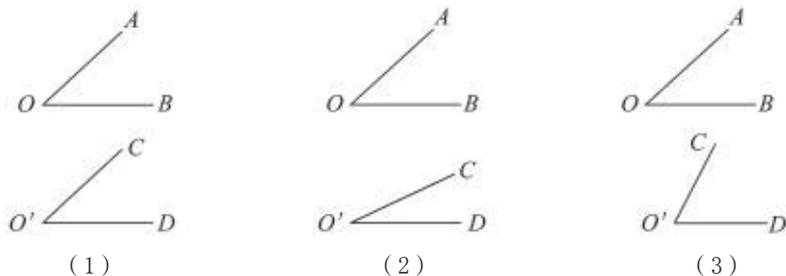
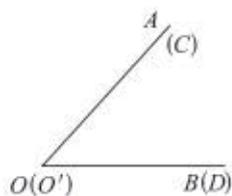


图 5-21

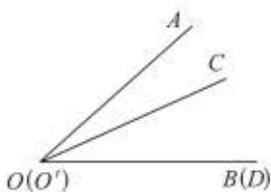
与比较线段的长短类似, 如果直接观察难以判断, 我们可以用两种方法进行比较:

一种方法是用量角器量出它们的度数, 再进行比较;

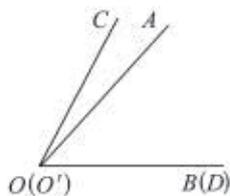
另一种方法是使两个角的顶点及一条边重合, 另一条边放在重合边的同侧就可以比较大小 (如图 5-22).



$\angle AOB$ 和 $\angle CO'D$ 相等,
记作 $\angle AOB = \angle CO'D$



$\angle AOB$ 大于 $\angle CO'D$,
记作 $\angle AOB > \angle CO'D$



$\angle AOB$ 小于 $\angle CO'D$,
记作 $\angle AOB < \angle CO'D$

图 5-22

做一做

根据图 5-23 求解下列问题:

(1) 比较 $\angle AOB$, $\angle AOC$, $\angle AOD$, $\angle AOE$ 的大小, 并指出其中的锐角、直角、钝角、平角.

(2) 试比较 $\angle BOC$ 和 $\angle DOE$ 的大小.

(3) 小明通过折叠的方法, 使 OD 与 OC 重合, OE 落在 $\angle BOC$ 的内部, 所以 $\angle BOC$ 大于 $\angle DOE$.

你能理解这种方法吗?

(4) 请在图中画出小明折叠的折痕 OF , $\angle DOF$ 与 $\angle COF$ 有怎样的大小关系?

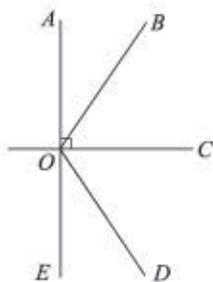


图 5-23

从一个角的顶点引出的一条射线, 把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线 (angle bisector).

如图 5-24, 射线 OC 是 $\angle AOB$ 的平分线. 这时, $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2} \angle AOB$ (或 $\angle AOB = 2 \angle AOC = 2 \angle BOC$).

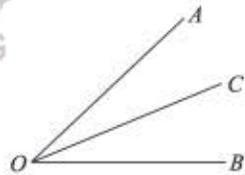


图 5-24

做一做

(1) 如图 5-25, 估计 $\angle AOB$, $\angle DEF$ 的度数.

(2) 量一量, 验证你的估计.

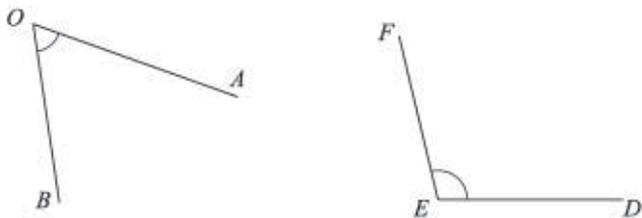
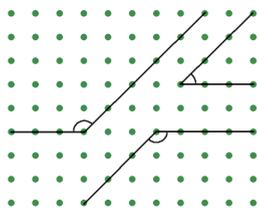


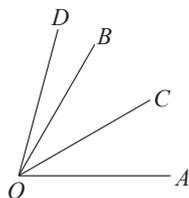
图 5-25

随堂练习

1. 如图，在方格纸上有三个角。
- (1) 先估计每个角的大小，再用量角器量一量；
 - (2) 找出三个角之间的等量关系。



(第1题)



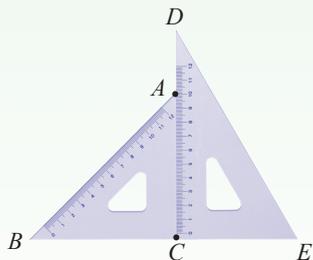
(第2题)

2. 如图， OC 是 $\angle AOB$ 的平分线， $\angle BOD = \frac{1}{3}\angle COD$ ， $\angle BOD = 15^\circ$ ，则 $\angle COD =$ _____； $\angle BOC =$ _____； $\angle AOB =$ _____。

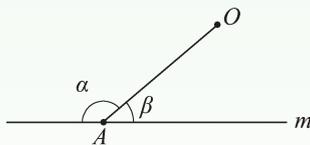
习题 5.4

知识技能

1. 把一副三角尺按如图所示那样拼在一起，试确定图中 $\angle B$ ， $\angle E$ ， $\angle BAD$ ， $\angle DCE$ 的度数及其大小关系。
2. 如图，直线 m 外有一定点 O ， A 是 m 上的一个动点，当点 A 从左向右运动时，观察 $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 是如何变化的， $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 之间有什么关系吗？



(第1题)



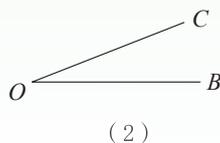
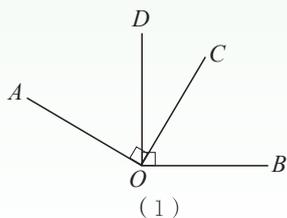
(第2题)

数学理解

3. 借助一副三角尺，你能画出 75° 的角吗？ 15° 呢？你还能画出哪些角？这些角有什么共同特征？

问题解决

4. 如图(1), $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 都是直角.
- (1) 如果 $\angle DOC = 28^\circ$, 说出 $\angle AOB$ 的度数;
 - (2) 找出图(1)中相等的角. 如果 $\angle DOC \neq 28^\circ$, 它们还会相等吗?
 - (3) 若 $\angle DOC$ 变小, $\angle AOB$ 如何变化?
 - (4) 在图(2)中利用能够画直角的工具再画一个与 $\angle COB$ 相等的角.



(第4题)

5 多边形和圆的初步认识



图 5-26

有哪些熟悉的平面图形?



三角形、四边形、五边形、六边形等都是**多边形**^① (polygon), 它们都是由若干条不在同一直线上的线段首尾顺次相连组成的封闭平面图形.

① 如没有特别说明, 本书所说的多边形都是指凸多边形, 即多边形总在任何一条边所在直线的同一侧.

如图 5-27, 在 多边形 $ABCDE$ 中, 点 A, B, C, D, E 是多边形的顶点; 线段 AB, BC, CD, DE, EA 是多边形的边; $\angle EAB, \angle ABC, \angle BCD, \angle CDE, \angle DEA$ 是多边形的内角 (可简称为多边形的角); AC, AD 都是连接不相邻两个顶点的线段, 像这样的线段叫做多边形的**对角线** (diagonal).

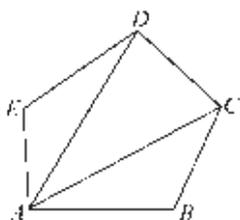


图 5-27

你还能画出图中其他的对角线吗?

做一做

- (1) n 边形有多少个顶点? 多少条边? 多少个内角?
- (2) 过 n 边形的每一个顶点有几条对角线?

议一议

观察图 5-28 中的多边形, 它们的边、角有什么特点? 与同伴进行交流.



图 5-28

各边相等、各角也相等的多边形叫做**正多边形**. 图 5-28 中的多边形分别是正三角形、正四边形 (正方形)、正五边形、正六边形、正八边形.

做一做



图 5-29

图 5-29 中有我们熟悉的圆和扇形，你还记得用哪些方法可以画一个圆吗？你能用一根细绳和笔画出一个圆吗？

如图 5-30，平面上，一条线段绕着它固定的一个端点旋转一周，另一个端点形成的图形叫做圆（circle）。固定的端点 O 称为圆心（center of a circle）；线段 OA 称为半径（radius）。

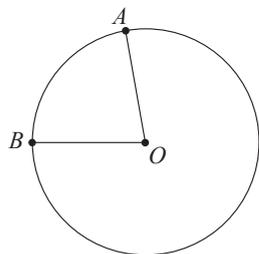


图 5-30

圆上任意两点 A, B 间的部分叫做圆弧，简称弧（arc），记作 \widehat{AB} ，读作“圆弧 AB ”或“弧 AB ”；由一条弧 AB 和经过这条弧的端点的两条半径 OA, OB 所组成的图形叫做扇形（sector）；顶点在圆心的角叫做圆心角（central angle）。

例 将一个圆分割成三个扇形，使它们的圆心角的度数比为 $1:2:3$ ，求这三个扇形的圆心角的度数。

解： 因为一个周角为 360° ，所以分成的三个扇形的圆心角分别是：

$$360^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 60^\circ,$$

$$360^\circ \times \frac{2}{1+2+3} = 120^\circ,$$

$$360^\circ \times \frac{3}{1+2+3} = 180^\circ.$$

议一议

(1) 如图 5-31，将一个圆分成三个大小相同的扇形，你能算出它们的圆心角的度数吗？你知道每个扇形的面积和整个圆的面积的关系吗？与同伴进行交流。

(2) 画一个半径是 2 cm 的圆，并在其中画一个圆心角为 60° 的扇形，你会计算这个扇形的面积吗？与同伴进行交流。

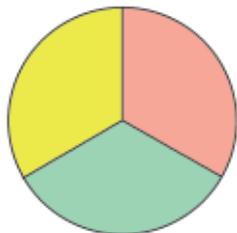
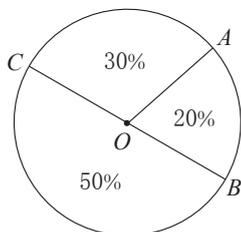


图 5-31

随堂练习

1. 现实生活中有许多正多边形的实例，试举出两例.
2. 如图，把一个圆分成三个扇形，你能求出这三个扇形的圆心角吗？

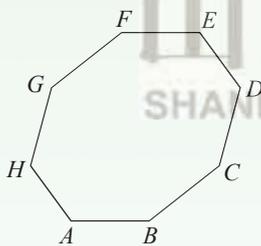


(第2题)

习题 5.5

知识技能

1. (1) 如图，从八边形 $ABCDEFGH$ 的顶点 A 出发，可以画出多少条对角线？分别用字母表示出来；
(2) 这些对角线将八边形分割成多少个三角形？



(第1题)



(第2题)

2. 在半径为 1 的圆中，扇形 AOB 的圆心角为 120° ，请在如图所示的圆内画出这个扇形，并求出它的面积.

数学理解

3. 过某个多边形一个顶点的所有对角线，将这个多边形分成 5 个三角形，这个多边形是几边形？

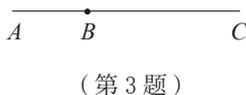
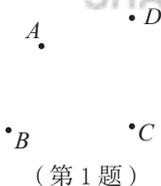
回顾与思考

1. 生活中有哪些你熟悉的平面图形？举例说明.
2. 找一找生活中你喜欢的图案，说说它是由哪些基本几何图形组成的.
3. 选择几种基本几何图形设计一个你喜欢的图案，说明寓意并与同伴交流.
4. 通过本章的学习，你知道了哪些比较线段长短的方法？比较角的大小的方法呢？它们之间有什么相似之处？
5. 用自己的方式梳理本章的知识结构. 你是怎样想的？与同伴进行交流.

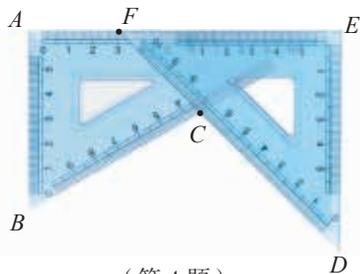
复习题

知识技能

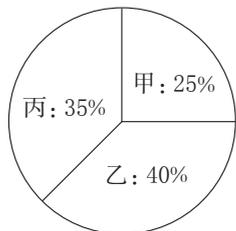
1. 如图，在同一平面内有四个点 A, B, C, D ，请用直尺按下列要求作图：
 - (1) 作射线 CD ；
 - (2) 作直线 AD ；
 - (3) 连接 AB ；
 - (4) 作直线 BD 与直线 AC 相交于点 O .
2. 将弯曲的河道改直，可以缩短航程，请说说其中的道理.



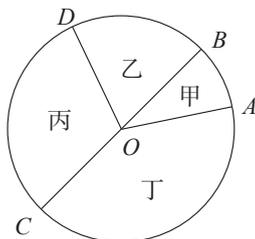
3. 如图， $\angle ABC$ 是平角，过点 B 任作一条射线 BD 将 $\angle ABC$ 分成 $\angle DBA$ 与 $\angle DBC$ ，当 $\angle DBA$ 是什么角时：
 - (1) $\angle DBA < \angle DBC$ ？
 - (2) $\angle DBA > \angle DBC$ ？
 - (3) $\angle DBA = \angle DBC$ ？
4. 一副三角尺拼成如图所示的图案，求 $\angle EFC$ ， $\angle CED$ ， $\angle AFC$ 的度数.



5. 如图, 分别求出甲、乙、丙三个扇形的圆心角的度数.



(第5题)



(第6题)

6. 如图, 甲、乙、丙、丁四个扇形的面积之比为 $1:2:3:4$, 分别求出它们圆心角的度数.

数学理解

7. 建筑工人砌墙时, 经常先在两端立桩拉线, 然后沿着线砌墙, 你能说出这是什么道理吗?

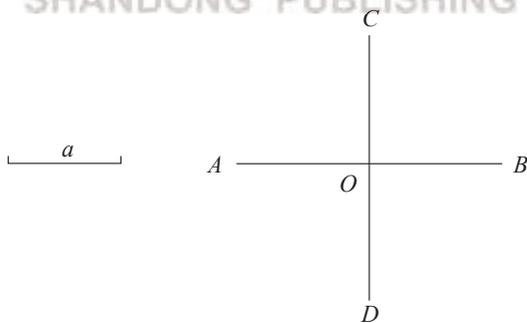
问题解决

8 如图, 已知线段 a , 直线 AB 与直线 CD 相交于点 O , 利用尺规按下列要求作图:

(1) 分别在射线 OA, OB, OC, OD 上作线段 OA', OB', OC', OD' , 使它们都与线段 a 相等;

(2) 连接 $A'C', C'B', B'D', D'A'$.

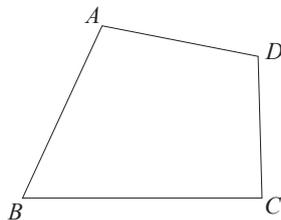
你得到了一个怎样的图形? 与同伴进行交流.



(第8题)

联系拓广

※9 如图, 在任意四边形 $ABCD$ 内找一点 O , 使它到四边形四个顶点的距离之和最小, 并说说你的理由.



(第9题)

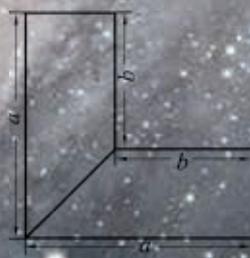
第六章 整式的乘除

前面我们学习了整式的加减，你一定想知道整式的乘除该如何进行吧！这正是本章要研究的主要问题。

伴随着整式乘除的学习，你还将会遇到一些“天文数字”和“纳米数字”的问题。如，光在真空中的速度大约是 $3 \times 10^5 \text{ km/s}$ ，比邻星发出的光到达地球大约需要 4.22 年，它距离地球有多远？

还如，一根头发丝的直径大约有多少纳米？

在本章的学习中，你还能进一步感受几何直观的作用，如用下面的图形竟能表示重要的乘法公式！



$3 \times 10^5 \text{ km/s}$

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

学习目标

- 能够进行幂的运算及简单的整式乘、除运算
- 能推导乘法公式，了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单运算
- 进一步会用类比、归纳、转化等方法进行思考与运算

1 同底数幂的乘法

光在真空中的速度大约是 3×10^5 km/s, 太阳系以外距离地球最近的恒星是比邻星, 它发出的光到达地球大约需要 4.22 年.

一年以 3.15×10^7 s 计算, 比邻星与地球的距离约为多少千米?



$$\begin{aligned} & 3 \times 10^5 \times 3.15 \times 10^7 \times 4.22 \\ &= 39.879 \times (10^5 \times 10^7). \end{aligned}$$

$10^5 \times 10^7$ 等于多少呢?

做一做

1. 计算下列各式:

(1) $10^2 \times 10^3$;

(2) $10^5 \times 10^8$;

(3) $10^m \times 10^n$ (m, n 都是正整数).

你发现了什么?

2. $2^m \times 2^n$ 等于多少? $(\frac{1}{7})^m \times (\frac{1}{7})^n$ 和 $(-3)^m \times (-3)^n$ 呢? (m, n 都是正整数)

议一议

如果 m, n 都是正整数, 那么 $a^m \cdot a^n$ 等于什么? 为什么?

$$\begin{aligned} a^m \cdot a^n &= (\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{m \text{ 个 } a}) \cdot (\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个 } a}) \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{(m+n) \text{ 个 } a} \\ &= a^{m+n}. \end{aligned}$$

即

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 都是正整数}^{\text{①}}).$$

同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

例 1 计算：

$$(1) (-3)^7 \times (-3)^6; \quad (2) \left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right);$$

$$(3) -x^3 \cdot x^5; \quad (4) b^{2m} \cdot b^{2m+1}.$$

解：(1) $(-3)^7 \times (-3)^6 = (-3)^{7+6} = (-3)^{13}$;

(2) $\left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right) = \left(\frac{1}{10}\right)^{3+1} = \left(\frac{1}{10}\right)^4$;

(3) $-x^3 \cdot x^5 = -x^{3+5} = -x^8$;

(4) $b^{2m} \cdot b^{2m+1} = b^{2m+2m+1} = b^{4m+1}$.

想一想

$a^m \cdot a^n \cdot a^p$ 等于什么？

例 2 光在真空中的速度约为 3×10^5 km/s，太阳光照射到地球上大约需要 5×10^2 s. 地球距离太阳大约有多远？

解： $3 \times 10^5 \times 5 \times 10^2$

$$= 15 \times 10^7$$

$$= 1.5 \times 10^8 \text{ (km)}.$$

地球距离太阳大约有 1.5×10^8 km.

随堂练习

1. 计算：

(1) $5^2 \times 5^7$;

(2) $7 \times 7^3 \times 7^2$;

(3) $-x^2 \cdot x^3$;

(4) $(-c)^3 \cdot (-c)^m$.

① 本章中，如果没有特别说明，幂的指数中的字母都是正整数.

2. 一种电子计算机每秒可做 4×10^9 次运算，它工作 5×10^2 s 可做多少次运算？
3. 解决本节课一开始比邻星到地球的距离问题。

习题 6.1

知识技能

1. 计算：

(1) $c \cdot c^{11}$;

(2) $10^4 \times 10^2 \times 10$;

(3) $(-b)^3 \cdot (-b)^2$;

(4) $-b^3 \cdot b^2$;

(5) $x^{m-1} \cdot x^{m+1}$ ($m > 1$);

(6) $a \cdot a^3 \cdot a^n$.

2. 已知 $a^m = 2$, $a^n = 8$, 求 a^{m+n} 的值.

数学理解

3. 下面的计算是否正确？如有错误请改正.

(1) $a^3 \cdot a^2 = a^6$;

(2) $b^4 \cdot b^4 = 2b^4$;

(3) $x^5 + x^5 = x^{10}$;

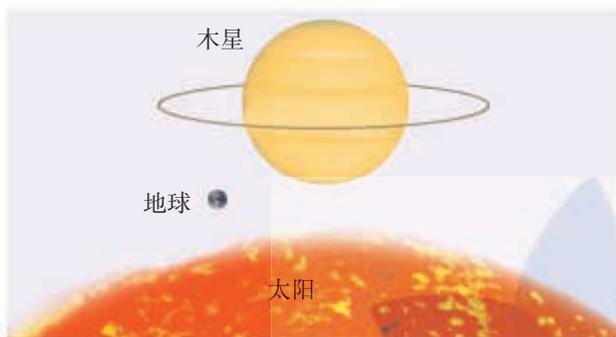
(4) $y^7 \cdot y = y^8$.

问题解决

4. 在我国，平均每平方千米的土地一年从太阳得到的能量，相当于燃烧 1.3×10^8 kg 的煤所产生的能量. 我国陆地约 9.60×10^6 km² 的土地上，一年从太阳得到的能量相当于燃烧多少千克的煤所产生的能量？（结果用科学记数法表示）
5. 某种细菌每分钟由 1 个分裂成 2 个.
 - (1) 经过 5 min, 1 个细菌分裂成多少个？
 - (2) 这些细菌继续分裂，再经过 t min 共分裂成多少个？

2 幂的乘方与积的乘方

地球、木星、太阳可以近似地看做是球体. 木星、太阳的半径分别约是地球的 10 倍和 10^2 倍, 它们的体积分别约是地球的多少倍?



球的体积公式是
 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, 其中 V 是
 体积, r 是球的半径.

木星的半径是地球的 10 倍, 它的体积是地球的 10^3 倍!

太阳的半径是地球的 10^2 倍, 它的体积是地球的 $(10^2)^3$ 倍!

那么, 你知道 $(10^2)^3$ 等于多少吗?



做一做

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

计算下列各式, 并说明理由:

(1) $(6^2)^4$;

(2) $(a^2)^3$;

(3) $(a^m)^2$.

你会计算 $(a^m)^n$ 吗? 由此你能得到什么结论?

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= \overbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}^{n \text{ 个 } a^m} \\ &= \overbrace{a^{m+m+\dots+m}}^{n \text{ 个 } m} \\ &= a^{mn}. \end{aligned}$$

即

$(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数).
 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.

例 1 计算:

$$(1) (10^2)^3; \quad (2) (b^5)^5; \quad (3) (a^n)^3;$$

$$(4) -(x^2)^m; \quad (5) (y^2)^3 \cdot y; \quad (6) 2(a^2)^6 - (a^3)^4.$$

解: (1) $(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$;

(2) $(b^5)^5 = b^{5 \times 5} = b^{25}$;

(3) $(a^n)^3 = a^{n \times 3} = a^{3n}$;

(4) $-(x^2)^m = -x^{2 \times m} = -x^{2m}$;

(5) $(y^2)^3 \cdot y = y^{2 \times 3} \cdot y = y^6 \cdot y = y^7$;

(6) $2(a^2)^6 - (a^3)^4 = 2a^{2 \times 6} - a^{3 \times 4} = 2a^{12} - a^{12} = a^{12}$.

随堂练习

计算:

$$(1) (10^3)^3; \quad (2) -(a^2)^5; \quad (3) (x^3)^4 \cdot x^2.$$

习题 6.2

知识技能

1. 计算:

$$(1) [(\frac{1}{3})^3]^2; \quad (2) (a^4)^2; \quad (3) -(b^5)^2;$$

$$(4) (y^2)^{2n}; \quad (5) (b^n)^3; \quad (6) (x^3)^{3n}.$$

2. 计算:

$$(1) -p \cdot [(-p)^4]^3; \quad (2) (a^2)^3 \cdot (a^3)^2;$$

$$(3) (t^m)^2 \cdot t; \quad (4) (x^4)^6 - (x^3)^8.$$

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

$$(1) (x^3)^3 = x^6; \quad (2) a^6 \cdot a^4 = a^{24}.$$

地球可以近似地看做是球体，地球的半径约为 6×10^3 km，它的体积大约是多少立方千米？

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times (6 \times 10^3)^3.$$

那么 $(6 \times 10^3)^3$ 等于多少？



做一做

(1) $(3 \times 5)^4 = 3^{(\quad)} \times 5^{(\quad)}$;

(2) $(3 \times 5)^m = 3^{(\quad)} \times 5^{(\quad)}$;

(3) $(ab)^n = a^{(\quad)} \cdot b^{(\quad)}$.

你能说明理由吗？

$$\begin{aligned} (ab)^n &= (ab) \cdot (ab) \cdot \cdots \cdot (ab) \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{n \text{ 个 } ab} \\ &= (\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n \text{ 个 } a}) \cdot (\underbrace{b \cdot b \cdot \cdots \cdot b}_{n \text{ 个 } b}) \\ &= a^n b^n. \end{aligned}$$

即

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数}).$$

积的乘方等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

例 2 计算：

(1) $(3x)^2$; (2) $(-2b)^5$; (3) $(-2xy)^4$; (4) $(3a^2)^n$.

解：(1) $(3x)^2 = 3^2 x^2 = 9x^2$;

(2) $(-2b)^5 = (-2)^5 b^5 = -32b^5$;

(3) $(-2xy)^4 = (-2x)^4 y^4 = (-2)^4 x^4 y^4 = 16x^4 y^4$;

(4) $(3a^2)^n = 3^n (a^2)^n = 3^n a^{2n}$.

例 3 计算： $x^3 \cdot x^5 + (x^2)^4 + (-2x^4)^2$.

解: $x^3 \cdot x^5 + (x^2)^4 + (-2x^4)^2$
 $= x^8 + x^8 + 4x^8$
 $= 6x^8.$

随堂练习

1. 计算:

(1) $(-3n)^3$; (2) $(5xy)^3$; (3) $-a^3 + (-4a)^2a.$

2. 解决本节一开始地球的体积问题.

习题 6.3

知识技能

1. 计算:

(1) $(3b)^2$; (2) $-(ab)^2$;
(3) $(-4a^2)^3$; (4) $(y^2z^3)^3.$

2. 计算:

(1) $(xy^4)^m$; (2) $-(p^2q)^n$;
(3) $(x^ny^{3n})^2 + (x^2y^6)^n$; (4) $(-3x^3)^2 - [(2x)^2]^3.$

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

(1) $(ab^4)^4 = ab^8$; (2) $(-3pq)^2 = -6p^2q^2.$

4. 请你用几何图形直观地解释 $(3b)^2 = 9b^2$.

问题解决

5. 你能根据本节的数据计算出太阳的体积大约是多少吗?

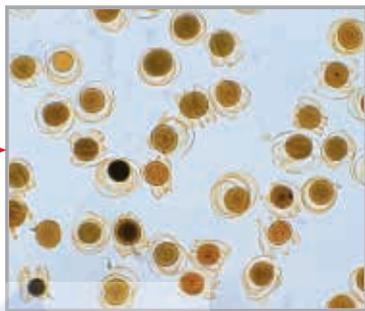
联系拓广

6. 不用计算器, 你能很快求出下列各式的结果吗?

(1) $2^2 \times 3 \times 5^2$; (2) $2^4 \times 3^2 \times 5^3.$

7. $(abc)^n$ 等于什么?

3 同底数幂的除法



一种液体每升含有 10^{12} 个有害细菌. 为了试验某种杀菌剂的效果, 科学家们进行了实验, 发现 1 滴杀菌剂可以杀死 10^9 个此种细菌. 要将 1 升液体中的有害细菌全部杀死, 需要这种杀菌剂多少滴? 你是怎样计算的?

做一做

计算下列算式:

$$10^5 \div 10^3, (-3)^4 \div (-3)^2, a^6 \div a^2 (a \neq 0).$$

对于 $10^5 \div 10^3$, 由于 10^5 除以 10^3 所得的商与 10^3 之积, 应等于 10^5 ,

$$\text{而} \quad 10^2 \times 10^3 = 10^5,$$

$$\text{所以} \quad 10^5 \div 10^3 = 10^2.$$

$$\text{另一方面,} \quad 10^{5-3} = 10^2,$$

$$\text{所以} \quad 10^5 \div 10^3 = 10^{5-3}.$$

同样地, 应有 $(-3)^4 \div (-3)^2 = (-3)^{4-2}$,

$$a^6 \div a^2 = a^{6-2}.$$

一般地, 当 $a \neq 0$, m, n 都是正整数, 且 $m > n$ 时, 由于

$$a^{m-n} \cdot a^n = a^m,$$

可以得出

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0^{\text{①}}, m, n \text{ 都是正整数, 且 } m > n).$$

同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.

例 计算:

$$(1) a^7 \div a^4;$$

$$(2) (-x)^6 \div (-x)^3;$$

$$(3) (xy)^4 \div (xy);$$

$$(4) (3x^2)^5 \div (3x^2)^3.$$

解: (1) $a^7 \div a^4 = a^{7-4} = a^3;$

(2) $(-x)^6 \div (-x)^3 = (-x)^{6-3} = (-x)^3 = -x^3;$

(3) $(xy)^4 \div (xy) = (xy)^{4-1} = (xy)^3 = x^3y^3;$

(4) $(3x^2)^5 \div (3x^2)^3 = (3x^2)^{5-3} = (3x^2)^2 = 9x^4.$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) 2^6 \div 2^3; \quad (2) x^{10} \div x^8; \quad (3) m^5 \div m; \quad (4) (-b)^5 \div (-b)^3.$$

2. 计算:

$$(1) a^5 \cdot (\quad) = a^8; \quad (2) x^2 \cdot x^5 \cdot (\quad) = x^{19}.$$

习题 6.4

知识技能

1. 计算:

$$(1) 0.2^6 \div 0.2^4;$$

$$(2) \left(-\frac{3}{2}\right)^6 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^2;$$

$$(3) a^{11} \div a^3;$$

$$(4) (-x)^7 \div (-x);$$

$$(5) (-ab)^5 \div (-ab)^2;$$

$$(6) a^{m+2} \div a^2.$$

2. 若 $x^m=16$, $x^n=128$, 求 x^{2m-n} 的值.

数学理解

3. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

$$(1) a^6 \div a = a^6;$$

$$(2) b^6 \div b^3 = b^2;$$

$$(3) a^{10} \div a^9 = a;$$

$$(4) (-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2.$$

① 本章中, 当除式含有字母时, 字母均不为0.

4 零指数幂与负整数指数幂

做一做

$$10^4 = 10\ 000,$$

$$2^4 = 16,$$

$$10^{(\quad)} = 1\ 000,$$

$$2^{(\quad)} = 8,$$

$$10^{(\quad)} = 100,$$

$$2^{(\quad)} = 4,$$

$$10^{(\quad)} = 10.$$

$$2^{(\quad)} = 2.$$

观察上面各组等式左边幂的指数，它们的变化有什么规律？猜一猜，下面等式左边幂的指数各是什么？你是怎么想的？与同伴交流。

$$10^{(\quad)} = 1,$$

$$2^{(\quad)} = 1,$$

$$10^{(\quad)} = \frac{1}{10},$$

$$2^{(\quad)} = \frac{1}{2},$$

$$10^{(\quad)} = \frac{1}{100},$$

$$2^{(\quad)} = \frac{1}{4},$$

$$10^{(\quad)} = \frac{1}{1\ 000}.$$

$$2^{(\quad)} = \frac{1}{8}.$$

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

我们规定：

$$a^0 = 1 (a \neq 0);$$

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0, p \text{ 是正整数}).$$

一个不等于零的数，它的零次幂等于 1，它的 $-p$ (p 是正整数) 次幂等于这个数的 p 次幂的倒数。

议一议

某种细胞分裂时，1 个细胞分裂 1 次变为 2 个，分裂 2 次变为 4 个，分裂 3 次变为 8 个……你能由此说明 $2^0 = 1$ 的合理性吗？

例1 用小数或分数表示下列各数:

(1) 10^{-3} ; (2) $7^0 \times 8^{-2}$; (3) 1.6×10^{-4} .

解: (1) $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\ 000} = 0.001$;

(2) $7^0 \times 8^{-2} = 1 \times \frac{1}{8^2} = \frac{1}{64}$;

(3) $1.6 \times 10^{-4} = 1.6 \times \frac{1}{10^4} = 1.6 \times 0.000\ 1 = 0.000\ 16$.

随堂练习

计算:

(1) $(-\frac{2}{3})^0$; (2) $\pi^0 \times 3 \times (-2)^0$; (3) $(2 \times 10^5)^0$;

(4) $(\frac{2}{7})^{-2}$; (5) $(-0.1)^{-1}$; (6) $(-4)^{-3}$.

习题 6.5

知识技能

1. 用小数或分数表示下列各数:

(1) $(\frac{1}{2})^0$; (2) 3^{-3} ;

(3) 1.3×10^{-5} ; (4) 5^{-2} .

2. 空气的密度是 $1.293 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$, 用小数把它表示出来.

议一议

计算下列各式, 你有什么发现? 与同伴交流.

(1) $7^{-3} \div 7^{-5}$; (2) $3^{-1} \times 3^6$;

(3) $[(\frac{1}{2})^{-5}]^2$; (4) $(-8)^0 \div (-8)^{-2}$.

引入零指数幂和负整数指数幂后, 正整数指数幂的运算性质在指数是整数时仍然适用.

例2 计算:

$$(1) a \div a^{-2}; \quad (2) (x^3)^{-3} \div x^{-7}; \quad (3) x^0 \div x^2 \cdot x^{-3}.$$

解: (1) $a \div a^{-2} = a^{1-(-2)} = a^3;$

(2) $(x^3)^{-3} \div x^{-7} = x^{3 \times (-3)} \div x^{-7} = x^{-9} \div x^{-7} = x^{-9-(-7)} = x^{-2};$

(3) $x^0 \div x^2 \cdot x^{-3} = x^{0-2+(-3)} = x^{-5}.$

例3 计算: $(5 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-6}).$

解: $(5 \times 10^5) \times (2 \times 10^{-6})$
 $= 5 \times 10^5 \times 2 \times 10^{-6}$
 $= (5 \times 2) \times (10^5 \times 10^{-6})$
 $= 10 \times 10^{-1}$
 $= 10^0$
 $= 1.$

随堂练习

计算:

$$(1) x^{12} \div x^{-4}; \quad (2) (-y)^3 \div (-y)^{-2}; \quad (3) -(k^6 \div k^{-6});$$

$$(4) (-y)^{-5} \div y^4; \quad (5) m \div m^0; \quad (6) (mn)^5 \div (mn)^6.$$

习题 6.6

知识技能

1. 计算:

$$(1) 10^8 \times 10^{-2} \div 10^3;$$

$$(2) (x^{-2}y)^{-3} \div (xy)^0;$$

$$(3) a^0 \div (a^3 \cdot a^5);$$

$$(4) (x^{-2})^{-3} \div x^0 \cdot x^{-4}.$$

联系拓广

2. 填写下表, 并观察下列两个代数式值的变化情况:

| n | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------------|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{10^{-3}}{n}$ | | | | | | |
| 10^{-n} | | | | | | |

- (1) 随着 n 的值逐渐变大, 两个代数式的值如何变化?
(2) 估计一下, 随着 n 的值逐渐变大, 哪个代数式的值先小于 10^{-10} ?

你知道一粒花粉的直径是多少吗? 一根头发丝的直径又是多少?
无论是在生活中还是在学习中, 我们都会遇到一些较小的数. 例如,
细胞的直径只有 1 微米 (μm), 即 0.000 001 m;
某种计算机完成一次基本运算的时间约为 1 纳秒 (ns), 即 0.000 000 001 s;
一个氧原子的质量 0.000 000 000 000 000 000 000 026 57 g .

用科学记数法可以很方便地表示一些绝对值较大的数, 同样, 用科学记数法也可以很方便地表示一些绝对值较小的数. 例如,

$$0.000\ 001 = \frac{1}{10^6} = 1 \times 10^{-6},$$

$$0.000\ 000\ 001 = \frac{1}{10^9} = 1 \times 10^{-9},$$

$$0.000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 026\ 57 = 2.657 \times \frac{1}{10^{26}} = 2.657 \times 10^{-26}.$$

一般地, 一个小于 1 的正数可以表示为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 是负整数.

做一做

用科学记数法表示下列各数:

0.000 000 000 1,

0.000 000 000 002 9,

0.000 000 001 295.

再看看这些数在
计算器上是怎样表示
的, 它们相同吗?

议一议

1. 人体内一种细胞的直径约为 $1.56 \mu\text{m}$, 它相当于多少米? 多少个这样的细胞首尾连接起来能达到 1 m? 与同伴交流.

2. 估计 1 张纸的厚度大约是多少厘米. 你是怎样做的? 与同伴交流.

随堂练习

- 用科学记数法表示下列各数，并在计算器上表示出来：
 - 0.000 000 72；
 - 0.000 861；
 - 0.000 000 000 342 5.
- 1 个电子的质量是 0.000 000 000 000 000 000 000 000 911 g，请用科学记数法表示这个数.

读一读

纳 米

纳米是一种长度单位，它用来表示微小的长度. 1 纳米为 10 亿分之一米，即 10^{-9} 米，它相当于 1 根头发丝直径的六万分之一. 直径为 1 纳米的球与乒乓球相比，相当于乒乓球与地球相比.

纳米技术是指在 0.1 纳米至 100 纳米范围内，通过直接操纵和安排原子、分子来创造新物质，它将对人类的未来产生深远影响. 例如，采用纳米技术，可以在一块方糖大小的磁盘上存放一个国家图书馆的所有信息；应用纳米技术还可以制造出“纳米医生”，它微小到可以注入人体的血管中.

你了解更多的有关纳米技术或微小世界中的有趣问题吗？去查查资料或请教一些专家吧.

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

习题 6.7

知识技能

- 用科学记数法表示下列各数，并在计算器上表示出来：
 - 0.007 398；
 - 0.000 022 6；
 - 0.000 000 000 054 2；
 - 0.000 000 000 000 000 000 000 199 4.

问题解决

- 一个铁原子的质量是 0.000 000 000 000 000 000 000 092 88 kg ，请你用科学记数法把它表示出来.

5 整式的乘法

京京用两张同样大小的纸，精心制作了两幅画. 如下图所示，第一幅画的画面大小与纸的大小相同，第二幅画的画面在纸的上、下方各留有 $\frac{1}{8}x$ m 的空白.



图 6-1

- (1) 第一幅画的画面面积是多少平方米？第二幅呢？你是怎样做的？
- (2) 若把图中的 $1.2x$ 改为 mx ，其他不变，则两幅画的面积又该怎样表示呢？

想一想

- (1) $3a^2b \cdot 2ab^3$ 及 $xyz \cdot y^2z$ 分别等于什么？你是怎样计算的？
- (2) 如何进行单项式乘单项式的运算？

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

例 1 计算：

- (1) $2xy^2 \cdot \frac{1}{3}xy$;
- (2) $(-2a^2b^3) \cdot (-3a)$;
- (3) $7xy^2z \cdot (2xyz)^2$.

① 在不引起歧义的情况下，单项式和其他单项式或多项式作运算时本身可以不加括号.

解: (1) $2xy^2 \cdot \frac{1}{3}xy = (2 \times \frac{1}{3}) \cdot (xx) \cdot (y^2y) = \frac{2}{3}x^2y^3$;

(2) $(-2a^2b^3) \cdot (-3a) = [(-2) \times (-3)] \cdot (a^2a) \cdot b^3 = 6a^3b^3$;

(3) $7xy^2z \cdot (2xyz)^2 = 7xy^2z \cdot 4x^2y^2z^2 = 28x^3y^4z^3$.

随堂练习

计算:

(1) $5x^3 \cdot 2x^2y$;

(2) $(-3ab) \cdot (-4b^2)$;

(3) $3ab \cdot 2a$;

(4) $yz \cdot 2y^2z^2$;

(5) $(2x^2y)^3 \cdot (-4xy^2)$;

(6) $\frac{1}{3}a^3b \cdot 6a^5b^2c \cdot (-ac^2)^2$.

习题 6.8

知识技能

1. 计算:

(1) $4xy \cdot (-2xy^3)$;

(2) $a^3b \cdot ab^5c$;

(3) $2x^2y \cdot (-xy)^2$;

(4) $\frac{2}{5}x^2y^3 \cdot \frac{5}{8}xyz$;

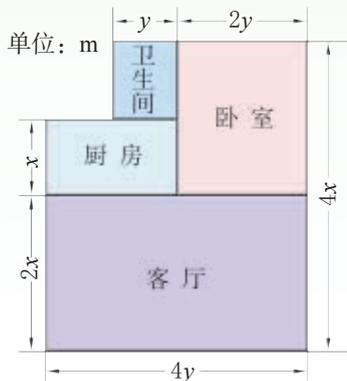
(5) $(-xy^2z^3) \cdot (-x^2y)^3$;

(6) $(-ab^3) \cdot 2abc^2 \cdot (a^2c)^3$.

问题解决

2. (1) 一家住房的结构如图所示, 这家房子的主人打算把卧室以外的部分都铺上地砖, 至少需要多少平方米的地砖? 如果某种地砖每平方米的价格是 a 元, 那么购买所需地砖至少需要多少元?

(2) 已知房屋的高度为 h m, 现需要在客厅和卧室的墙壁上贴壁纸, 那么至少需要多少平方米的壁纸? 如果某种壁纸每平方米的价格是 b 元, 那么购买所需壁纸至少需要多少元? (计算时不扣除门、窗所占的面积)



(第2题)

宁宁作了一幅画（如图 6-2），她在纸的左、右两边各留了 $\frac{1}{8}x$ m 的空白，这幅画的画面面积是多少？

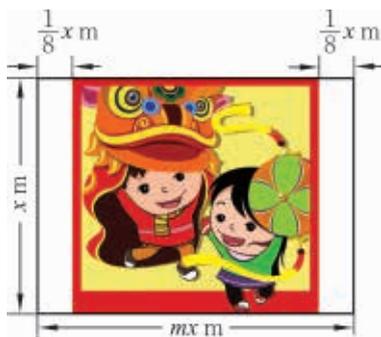


图 6-2

一方面，可以先表示出画面的长与宽，由此得到画面的面积为_____；

另一方面，也可以用纸的面积减去空白处的面积，由此得到画面的面积为_____。

想一想

- (1) $(ab) \cdot (abc+2x)$ 及 $c^2 \cdot (m+n-p)$ 分别等于什么？你是怎样计算的？
- (2) 如何进行单项式与多项式相乘的运算？你的依据是什么？

单项式与多项式相乘，就是根据分配律用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

山东出版
SHANDONG PUBLISHING

例2 计算：

- (1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$;
- (2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$;
- (3) $-5m^2n(2n+3m-n^2)$;
- (4) $2(x+y^2z+xy^2z^3) \cdot xyz$.

解：(1) $2ab(5ab^2+3a^2b)$
 $=2ab \cdot 5ab^2+2ab \cdot 3a^2b$
 $=10a^2b^3+6a^3b^2$;

(2) $(\frac{2}{3}ab^2-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$
 $=\frac{2}{3}ab^2 \cdot \frac{1}{2}ab+(-2ab) \cdot \frac{1}{2}ab$
 $=\frac{1}{3}a^2b^3-a^2b^2$;

$$\begin{aligned}
 (3) & -5m^2n(2n+3m-n^2) \\
 & = -5m^2n \cdot 2n - 5m^2n \cdot 3m - 5m^2n \cdot (-n^2) \\
 & = -10m^2n^2 - 15m^3n + 5m^2n^3;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) & 2(x+y^2z+xy^2z^3) \cdot xyz \\
 & = (2x+2y^2z+2xy^2z^3) \cdot xyz \\
 & = 2x \cdot xyz + 2y^2z \cdot xyz + 2xy^2z^3 \cdot xyz \\
 & = 2x^2yz + 2xy^3z^2 + 2x^2y^3z^4.
 \end{aligned}$$

随堂练习

计算:

$$\begin{aligned}
 (1) & a(a^2m+n); & (2) & b^2(b+3a-a^2); \\
 (3) & x^3y\left(\frac{1}{2}xy^3-1\right); & (4) & 4(e+f^2d) \cdot ef^2d.
 \end{aligned}$$

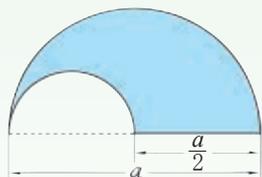
习题 6.9

知识技能

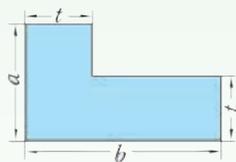
1. 计算:

$$\begin{aligned}
 (1) & 5x(2x^2-3x+4); & (2) & -6x(x-3y); \\
 (3) & -2a^2\left(\frac{1}{2}ab+b^2\right); & (4) & \left(\frac{2}{3}x^2y-6xy\right) \cdot \frac{1}{2}xy^2.
 \end{aligned}$$

2. 分别计算下面各图中阴影部分的面积.



(1)



(2)

(第2题)

问题解决

3. 下图是用棋子摆成的, 按照这种摆法, 第 n 个图形中共有多少枚棋子?



(第3题)

如图 6-3 是一个长和宽分别为 m , n 的长方形纸片, 如果它的长和宽分别增加 a , b , 所得长方形 (如图 6-4) 的面积可以怎样表示?

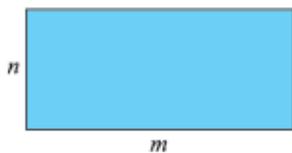


图 6-3

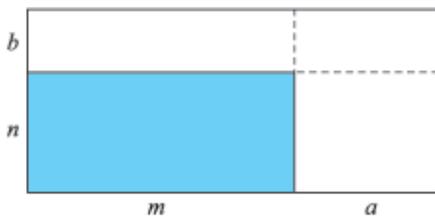


图 6-4



长方形的面积可以有 4 种表示方式: $(m+a)(n+b)$, $n(m+a) + b(m+a)$, $m(n+b) + a(n+b)$ 和 $mn+mb+na+ba$, 从而, $(m+a)(n+b) = n(m+a) + b(m+a) = m(n+b) + a(n+b) = mn+mb+na+ba$.

你认为小明的想法对吗? 从中你受到了什么启发?

把 $(m+a)$ 或 $(n+b)$ 看成一个整体, 利用分配律, 可以得到 $(m+a)(n+b) = (m+a)n + (m+a)b = mn+an+mb+ab$, 或 $(m+a)(n+b) = m(n+b) + a(n+b) = mn+mb+an+ab$.



议一议

山东出版

你是用什么方法计算上面的问题的?

如何进行多项式与多项式相乘的运算?

多项式与多项式相乘, 先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项, 再把所得的积相加.

例 3 计算:

$$(1) (1-x)(0.6-x);$$

$$(2) (2x+y)(x-y).$$

解: (1) $(1-x)(0.6-x)$

$$= 1 \times 0.6 - 1 \times x - x \times 0.6 + x \cdot x$$

$$= 0.6 - 1.6x + x^2;$$

$$\begin{aligned}
 (2) & (2x+y)(x-y) \\
 &= 2x \cdot x - 2x \cdot y + y \cdot x - y \cdot y \\
 &= 2x^2 - 2xy + xy - y^2 \\
 &= 2x^2 - xy - y^2.
 \end{aligned}$$

随堂练习

计算:

$$(1) (m+2n)(m-2n);$$

$$(2) (2n+5)(n-3);$$

$$(3) (x+2y)^2;$$

$$(4) (2x+b)(3x+d).$$

习题 6.10

知识技能

1. 计算:

$$(1) (x+y)(a+2b);$$

$$(2) (2a+3)\left(\frac{3}{2}b+5\right);$$

$$(3) (2x+3)(-x-1);$$

$$(4) (-2m-1)(3m-2);$$

$$(5) (x-y)^2;$$

$$(6) (-2x+3)^2.$$

问题解决

2. (1) 观察: $4 \times 6 = 24$, $14 \times 16 = 224$, $24 \times 26 = 624$, $34 \times 36 = 1\,224$, ...

你发现其中的规律了吗? 你能用式子表示这一规律吗?

(2) 利用(1)中得出的规律计算 124×126 ;

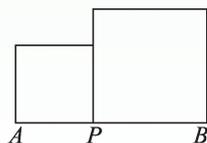
(3) 你还能找到类似的规律吗?

联系拓广

3. 如图, $AB = a$, P 是线段 AB 上一点, 分别以 AP , BP 为边作正方形.

(1) 设 $AP = x$, 求两个正方形的面积之和 S ;

(2) 当 AP 分别为 $\frac{1}{3}a$ 和 $\frac{1}{2}a$ 时, 比较 S 的大小.



(第3题)

※4. 计算: $(a+b+c)(c+d+e)$.

例4 计算:

$$(1) (a+b)(a^2-ab+b^2);$$

$$(2) (x-1)(2x^2-x+1).$$

解: (1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$$= a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3$$

$$= a^3 + b^3;$$

$$(2) (x-1)(2x^2-x+1)$$

$$= 2x^3 - x^2 + x - 2x^2 + x - 1$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 2x - 1.$$

例5 解方程: $2x(3x-5) - (2x-3)(3x+4) = 3(x+4)$.

解: 利用多项式乘法法则, 得

$$(6x^2 - 10x) - (6x^2 + 8x - 9x - 12) = 3x + 12,$$

去括号, 得

$$6x^2 - 10x - 6x^2 - 8x + 9x + 12 = 3x + 12,$$

移项、合并同类项, 得

$$-12x = 0,$$

所以

$$x = 0.$$

随堂练习

1. 计算:

$$(1) (a+b)(a^2-b^2);$$

$$(2) (2x-1)(x^2-x+2);$$

$$(3) (x-y)(x^2+xy+y^2);$$

$$(4) (2x+3)(x^2-x).$$

2. 解方程: $(x-3)(x+2) = x^2 - 16$.

习题 6.11

知识技能

1. 计算:

$$(1) (x+1)(x^2-2x+3);$$

$$(2) (3a+b)(2a^2-b^2);$$

$$(3) (3x+2)(2x-1)(x-1);$$

$$(4) (x+2)(2x^2-5x-3)-2x(x^2-1).$$

2. 先化简, 再求值:

$$(x+1)(x^2-x+1)+(x-2)(x^2+2x+4), \text{ 其中 } x=-\frac{3}{2}.$$

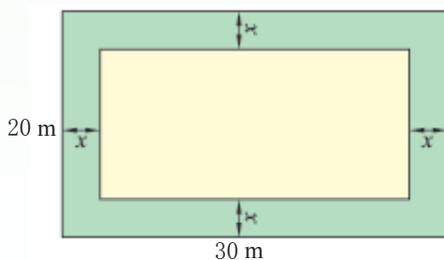
3. 解方程:

$$(1) (x+1)(2x-3)-(x-1)(x+2)=x^2+7;$$

$$(2) (2x+1)(4x^2-2x+1)-2x(4x^2+1)=0.$$

问题解决

4. 在一块长 30 m、宽 20 m 的长方形场地上修建一个游泳池, 使四周各留宽为 x m 的通道. 请用 x 表示游泳池的面积.



(第4题)